

УДК 658.5.011.56

ПОДХОД К ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА РЕЗУЛЬТАТОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ «ЧЕЛОВЕК - МАШИНА»

Е. А. Лавров

Доктор технических наук, профессор
Кафедра информационных систем в менеджменте
Национальный университет биоресурсов и
природопользования Украины
г. Киев
Контактный тел.: 050-691-37-33
E-mail: prof_lavrov@mail.ru

Н. Л. Барченко

Аспирант
Кафедра кибернетики и информатики
Сумской национальной академии
г. Сумы, ул. Кирова, 160, 40020
Контактный тел.: 099-975-27-11
E-mail: surock@mail.ru

Розробляється підхід до побудови моделі оцінки ймовірності виконання алгоритмів функціонування дискретних систем "людина-машина" з різними рівнями якості. Розвиток відомих раніше підходів полягає в розширенні можливостей типових функціональних моделей і відмову від традиційної інтерпретації поняття "помилка" і "безпомилковість". Працездатність підходу демонструється на прикладі типової функціональної структури "робоча-контроль функціонування"

Ключові слова: функціонально-структурна теорія, рівні якості

Разрабатывается подход к построению модели оценки вероятности выполнения алгоритмов функционирования дискретных систем "человек-машина" с различными уровнями качества. Развитие известных ранее подходов состоит в расширении возможностей типовых функциональных моделей и отказе от традиционной интерпретации понятия "ошибка" и "безошибочность". Работоспособность подхода демонстрируется на примере типовой функциональной структуры "рабочая-контроль функционирования"

Ключевые слова: функционально-структурная теория, уровни качества

Developing an approach to building a model estimating the probability that the functional algorithms of discrete systems "man-machine" with different levels of quality. The development of the previously known approaches lies in the empowerment model functional models and the rejection of traditional interpretation conception of "error" and "infallibility". The efficiency of the approach is demonstrated by the example of the type functional structure "working control operation"

Keywords: functional-structural theory, levels of quality

1. Введение

Функционально-структурная теория (ФСТ) эрго-технических систем [1], разработанная школой проф. А. Губинского, предлагает ряд комплексных моделей моделирования процессов возникновения и устранения ошибок. В данных моделях принимается бинарная модель ошибки "есть ошибка - нет ошибки". Возможность наличия ошибок разного типа промоделирована в работах [2, 3]. Эти работы позволяют определить вероятность возникновения ошибок разных типов. Однако, часто задача моделирования результатов функ-

ционирования человеко-машинных систем (ЧМС) ставится таким образом, что необходимо определить не вероятность ошибки, а вероятность достижения того или иного уровня качества $q_i \in Q = (q_1, \dots, q_n)$, где n -количество выделенных уровней качества. Примерами таких задач могут быть задача определения уровня качества выпускаемых изделий (1 сорт, 2 сорт, 3 сорт и брак) или задача прогнозирования оценки студента в диалоговой системе "студент-компьютер", где качество может быть описано следующими уровнями: "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно".

Целью настоящей работы является исследование возможности распространения методологии ФСТ проф. А. Губинского на задачу моделирования различных уровней качества. Для примера покажем возможность получения зависимости уровней выходного качества от характеристик выполнения операций процесса функционирования и характеристик контроля для одной из типовых функциональных структур (ТФС).

2. Постановка задач исследования

1. Известна структура взаимосвязи операций в алгоритме деятельности (например, ТФС "рабочая с контролем функционирования").

2. Для рабочей операции известны вероятности её выполнения с разными уровнями качества: B_j^i - вероятность того, что рабочая операция выполнена с j -ым уровнем качества, $j=1,4$; для операции контроля функционирования K_j^i - вероятность того, что операция, выполненная с i -м уровнем качества, признана выполненной с j -м уровнем качества, $j=1,4$, $i=1,4$.

Необходимо оценить вероятность выполнения всей структуры с i -м уровнем качества V_i , $i=1,4$ и математическое ожидание времени выполнения $M(T)$.

3. Разработка подхода к выводу расчётных зависимостей

3.1. Методология вывода расчетных зависимостей, принятая в ФСТ

В основе получения конечного набора формул для множества ТФС - процедура перехода от "графа работ", соответствующего ТФС, к "графу событий" [1]. Информация, необходимая и достаточная для построения моделей оценки АФ ЧМС, может быть задана на вероятностном графе $G(X, Z)$, вершины которого (X - множество вершин) соответствуют событиям начала и окончания выполняемых операций, а дуги - возможным переходам (Z - множество дуг).

Задача анализа алгоритма функционирования ЧМС, заданного на вероятностном графе $G(X, Z)$, сводится к преобразованию типа

$$G(X, Z) \rightarrow G(X^*, Z^*),$$

где $G(X^*, Z^*)$ - укрупненный вероятностный граф, в котором промежуточные вершины отсутствуют; веса дуг, направленных из начальной вершины, соответствующей принятию решения о начале процесса функционирования, в поглощающие вершины, представлены в виде функциональных зависимостей от весов дуг исходного графа $G(X, Z)$, что позволяет вычислять вероятности и затраты, связанные с переходами из начальной в поглощающие вершины.

В основе метода укрупнения вероятностных графов лежит понятие Н-функции [2]. Пусть $G(X, Z)$ - вероятностный граф. Каждую его дугу $(i, j) \in Z$, $i \in X$, $j \in X$ взвесим значением ненулевой вероятности p_{ij} перехода $i \rightarrow j$, которая соответствует уровню правильности (безошибочности) выполнения некоторого элемента процесса функционирования. При этом $\sum p_{ij} = 1$ для всех $i \in X$. Каждой дуге $(i, j) \in Z$ поставим в соответствие случайную величину t_{ij} затрат (времени, стоимости), связанных с переходом $i \rightarrow j$. Величина t_{ij} характери-

зуется функцией распределения $F_{ij}(t)$ с плотностью $f_{ij}(t)$, математическим ожиданием M_{ij} и дисперсией D_{ij} . Предполагается, что случайные величины t_{ij} являются независимыми для всех дуг $(i, j) \in Z$.

H - функцией дуги $(i, j) \in Z$ назовем величину, определяемую следующим образом:

$$H_{ij}(S) = p_{ij} L[F_{ij}(t)], \quad (1)$$

где L - условное обозначение применения оператора Лапласа к функции распределения

$$F_{ij}(t): L[F_{ij}(t)] = \int_0^\infty e^{-st} dF_{ij}(t)$$

Зная Н-функцию, получаем

$$p_{ij} = H_{ij}(s) |_{s=0}; \quad (2)$$

$$M_{ij} = -\frac{1}{p_{ij}} \frac{d}{ds} H_{ij}(s) |_{s=0}; \quad (3)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{p_{ij}} \frac{d^2}{ds^2} [H_{ij}(s)] |_{s=0} - (M_{ij})^2; \quad (4)$$

$$F_{ij}(t) = \frac{1}{p_{ij}} L^{-1}[H_{ij}(s)], \quad (5)$$

где L^{-1} - условное обозначение обратного преобразования Лапласа.

3.2. Разработка модели для ТФС "рабочая - контроль функционирования"

Для примера возьмем ТФС "рабочая - контроль функционирования" без ограничения на допустимое число m циклов контроля (т.е. $m=\infty$), схема уменьшения размерности графа и изменения матриц H - функций для бинарных исходов операций рассмотрены в [1]. Граф-схема указанной ТФС изображена на рис. 1.

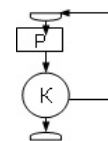


Рис. 1. ТФС «Рабочая – контроль функционирования». Граф работ

Пусть рабочая операция может быть выполнена с 1, 2, 3 уровнем качества или с браком. Процесс функционирования и, естественно, результат, будут зависеть от установки на уровень качества. Имеется в виду минимально допустимый уровень качества, при котором не осуществляется возврат на повторное выполнение рабочей операции. В данном случае возможны три установки: а) установка на качество 1; б) установка на качество 1 или 2; в) установка на качество 1, 2 или 3. Чем ниже установка, тем меньше затраты на соответствующий контроль и меньше вероятность повторения рабочей операции. Итоговые результаты будут зависеть от исходных данных и от установки на уровень качества. В данной работе ограничимся примером получения расчётной установки для случая в).

Для построения математической модели обозначим события, связанные с выполнением операций, входящих в ТФС. Вершины вероятностного графа (рис. 4) соответствуют следующим событиям:

1. Начало выполнения структуры (вершина 13).
2. Окончание выполнения рабочей операции с 1-м, 2-м, 3-м качеством или браком и переход к операции контроля (вершины 14-17).
3. Окончание выполнения структуры с 1-м, 2-м, 3-м качеством (вершины 1-12).

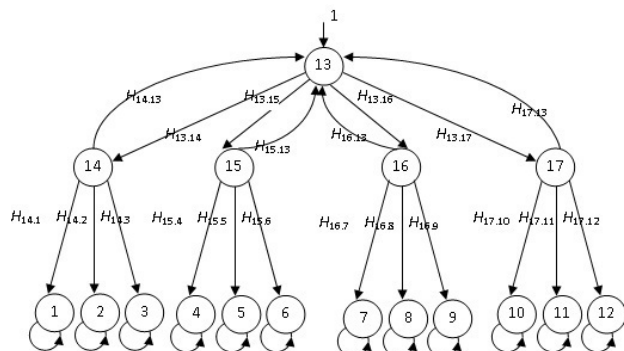


Рис. 2. ТФС «Рабочая – контроль функционирования». Граф событий

H =	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	H _{14,1}	H _{14,2}	H _{14,3}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{14,13}	0	0	0
	0	0	0	H _{15,4}	H _{15,5}	H _{15,6}	0	0	0	0	0	0	H _{15,13}	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	H _{16,7}	H _{16,8}	H _{16,9}	0	0	0	H _{16,13}	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{17,10}	H _{17,11}	H _{17,12}	H _{17,13}	0	0	0

Размерность матрицы и графа может быть сокращена за счет транзитивных вершин. При удалении вершины, в графе образуется неограниченная ($m = \infty$)

Н-функции дуг графа, соответственно формуле (1), имеют вид:

$$\begin{aligned}
 &H_{13,14}=B^1L[F_p(t)], H_{13,15}=B^2L[F_p(t)], \\
 &H_{13,16}=B^3L[F_p(t)], \\
 &H_{13,17}=(1-(B^1+B^2+B^3))L[F_p(t)], \\
 &H_{14,13}=K^{14}L[F_k(t)], H_{15,13}=K^{24}L[F_k(t)], \\
 &H_{16,13}=K^{34}L[F_k(t)], H_{17,13}=K^{44}L[F_k(t)], \\
 &H_{14,1}=K^{11}L[F_k(t)], H_{14,2}=K^{12}L[F_k(t)], \\
 &H_{14,3}=K^{13}L[F_k(t)], \\
 &H_{15,4}=K^{22}L[F_k(t)], H_{15,5}=K^{21}L[F_k(t)], \\
 &H_{15,6}=K^{23}L[F_k(t)], \\
 &H_{16,7}=K^{33}L[F_k(t)], H_{16,8}=K^{31}L[F_k(t)], \\
 &H_{16,9}=K^{32}L[F_k(t)], \\
 &H_{17,10}=K^{43}L[F_k(t)], H_{17,11}=K^{42}L[F_k(t)], \\
 &H_{17,12}=K^{41}L[F_k(t)].
 \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $F_p(t)$, $F_k(t)$ – законы распределения времени на выполнение рабочей операции и контроль функционирования, соответственно.

Для вероятностного графа ТФС «рабочая – контроль функционирования» без ограничения на допустимое число циклов контроля, изображенного на рис. 2, матрица Н-функций имеет вид:

H =	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	H _{13,1}	H _{13,2}	H _{13,3}	H _{13,4}	H _{13,5}	H _{13,6}	H _{13,7}	H _{13,8}	H _{13,9}	H _{13,10}	H _{13,11}	H _{13,12}	H _{13,13}	H _{13,14}	H _{13,15}	H _{13,16}

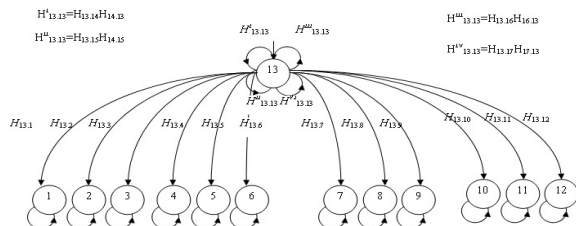


Рис. 3. Вероятностный граф после удаления транзитивных вершин

Дальнейшее укрупнение графа, изображённого на рис. 3, сводится к замене равноценных петель на одну однородную петлю [1]:

$$H_{13,13} = H_{13,14}H_{14,13} + H_{13,15}H_{15,13} + H_{13,16}H_{16,13} + H_{13,17}H_{17,13} \quad (7)$$

Пользуясь правилом удаления неограниченной петли (т.е. бесконечное число повторения цикла), получим итоговый граф (рис. 4), для которого Н-функции будут иметь вид:

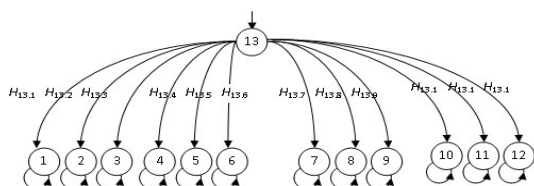


Рис. 4. Итоговый вероятностный граф

$$\begin{aligned} H_{13,1}^* &= H_{13,1} \frac{1}{1-H_{13,13}}; & H_{13,2}^* &= H_{13,2} \frac{1}{1-H_{13,13}}; \\ H_{13,3}^* &= H_{13,3} \frac{1}{1-H_{13,13}}; & H_{13,4}^* &= H_{13,4} \frac{1}{1-H_{13,13}}; \\ H_{13,5}^* &= H_{13,5} \frac{1}{1-H_{13,13}}; & H_{13,6}^* &= H_{13,6} \frac{1}{1-H_{13,13}}; \\ H_{13,7}^* &= H_{13,7} \frac{1}{1-H_{13,13}}; & H_{13,8}^* &= H_{13,8} \frac{1}{1-H_{13,13}}; \\ H_{13,9}^* &= H_{13,9} \frac{1}{1-H_{13,13}}; & H_{13,10}^* &= H_{13,10} \frac{1}{1-H_{13,13}}; \\ H_{13,11}^* &= H_{13,11} \frac{1}{1-H_{13,13}}; & H_{13,12}^* &= H_{13,12} \frac{1}{1-H_{13,13}} \end{aligned} \quad (8)$$

На основе полученных итоговых Н-функций (8) и формул (2), (3), (4), выражений для Н-функций исходного вероятностного графа (формулы 6 и 7), получим вероятностные характеристики путем подстановки параметра $s=0$:

$V_{13,1} = H_{13,1}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 1, признана с качеством 1
$V_{13,2} = H_{13,2}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 1, признана с качеством 2
$V_{13,3} = H_{13,3}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 1, признана с качеством 3
$V_{13,4} = H_{13,4}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 2, признана с качеством 2
$V_{13,5} = H_{13,5}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 2, признана с качеством 1
$V_{13,6} = H_{13,6}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 2, признана с качеством 3
$V_{13,7} = H_{13,7}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 3, признана с качеством 3
$V_{13,8} = H_{13,8}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 3, признана с качеством 1
$V_{13,9} = H_{13,9}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с качеством 3, признана с качеством 2
$V_{13,10} = H_{13,10}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с браком, признана с качеством 3
$V_{13,11} = H_{13,11}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с браком, признана с качеством 2
$V_{13,12} = H_{13,12}^*(0)$	-вероятность того, что структура выполнена с браком, признана с качеством 1

Используя полученные исходы, определим вероятности выполнения структуры с качеством 1, 2, 3:

$V_1 = V_{13,1} + V_{13,5} + V_{13,8} + V_{13,12}$ - вероятность выполнения структуры с качеством 1

$V_2 = V_{13,2} + V_{13,4} + V_{13,7} + V_{13,11}$ - вероятность выполнения структуры с качеством 2

$V_3 = V_{13,3} + V_{13,6} + V_{13,9} + V_{13,10}$ - вероятность выполнения структуры с качеством 3.

Для упрощения записи формул обозначим: $b = H_{13,13}(0)$. Тогда формулы для определения вероятностных характеристик ТФС "рабочая – контроль функционирования" примут вид:

$$V_1 = (B^1 K^{11} + B^2 K^{21} + B^3 K^{31} + (1 - (B^1 + B^2 + B^3)) K^{41}) \frac{1}{1-b},$$

$$V_2 = (B^1 K^{12} + B^2 K^{22} + B^3 K^{32} + (1 - (B^1 + B^2 + B^3)) K^{42}) \frac{1}{1-b},$$

$$V_3 = (B^1 K^{13} + B^2 K^{23} + B^3 K^{33} + (1 - (B^1 + B^2 + B^3)) K^{43}) \frac{1}{1-b}, \quad (9)$$

$$\text{где } b = B^1 K^{14} + B^2 K^{24} + B^3 K^{34} + (1 - (B^1 + B^2 + B^3)) K^{44}$$

Математическое ожидание времени выполнения структуры определяется по формуле (3). В итоге получим:

$$M = \frac{M(T_p) + M(T_k)}{1-b} \quad (10)$$

Эти модели соответствуют установке на допустимость любого из трёх уровней качества (1, 2 или 3). Аналогичным образом получены формулы, по которым определяются вероятностные характеристики итогового графа, отвечающего ТФС "рабочая – контроль функционирования" для уровней качества 2 и 1.

3.3. Компьютерное моделирование

Рассмотрим моделирование процесса взаимодействия в диалоговой системе. Имеются следующие уровни качества: 1- выполнение этапа диалога без ошибок, 2 - выполнение этапа диалога с незначительными ошибками, 3 - выполнение этапа диалога со значительными ошибками, 4 - невыполнение этапа диалога.

Структура алгоритма функционирования процесса обработки данных задается ТФС "рабочая – контроль функционирования". С использованием полученных моделей (9) и (10), определим V_i - вероятность того, что структура выполнена с i -м уровнем качества и $M(T)$ -математическое ожидание

времени выполнения структуры для трёх установок на уровень качества. Вычисления выполняем в среде MS Excel.

Пример. Пусть имеются несколько операторов с такими показателями качества выполнения операций "рабочая" (табл. 1) и «контроль функционирования» (табл. 2):

Таблица 1

Характеристики операции «рабочая»

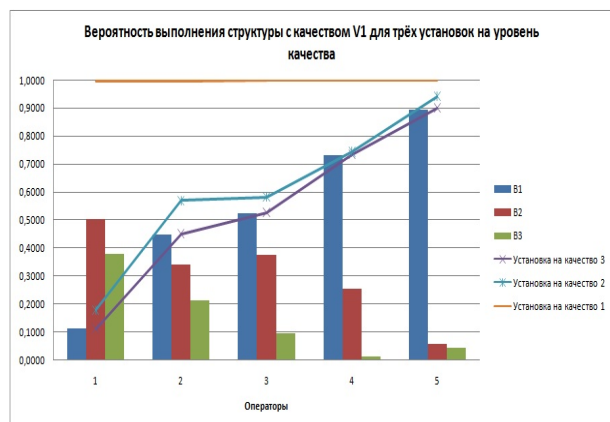
Операторы	Вероятность выполнения рабочей операции с j-м качеством, B^j ($j = 1, 4$)				$M(T_3)$
	B^1	B^2	B^3	B^4	
1	0,1100	0,5021	0,3781	0,0098	20
2	0,4470	0,3380	0,2100	0,0050	
3	0,5220	0,3750	0,0941	0,0089	
4	0,7310	0,2531	0,0110	0,0049	
5	0,8940	0,0570	0,0430	0,0060	

Таблица 2

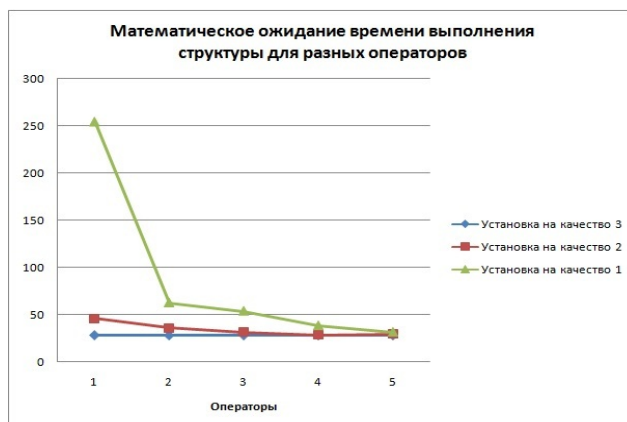
Характеристики операции «контроль функционирования» (одинаковые для всех операторов)

K^{11}	K^{22}	K^{33}	K^{41}	K^{42}	K^{43}	K^{14}	K^{24}	K^{34}
0,9741	0,9741	0,9741	0,0009	0,0013	0,0778	0,0129	0,0139	0,0149
K^{44}	K^{12}	K^{13}	K^{21}	K^{23}	K^{31}	K^{31}	K^{32}	$M(T_k)$
0,92	0,01	0,002	0,01	0,003	0,003	0,001	0,01	7,7

Результаты моделирования процесса функционирования с исходными данными для разных операторов представлены на рис. 5.



а)



б)

Рис. 5. Результаты моделирования процесса функционирования (фрагмент)

а) вероятность выполнения структуры с качеством 1;
б) математическое ожидание времени выполнения структуры

4. Направления дальнейших исследований

В последующих исследованиях необходимо: 1) получить расчётные зависимости для других ТФС; 2) разработать процедуру редукции функциональной сети таким образом, чтобы получать модели качества алгоритмов функционирования произвольной структуры.

5. Выводы

Продемонстрирована возможность расширения известного подхода к выводу расчётных зависимостей для моделирования безошибочности и времени выполнения ТФС, развитого в [2,3], на случай, когда необходимо определить вероятности достижения различных уровней качества завершения алгоритмического про-

цесса. Подход может быть использован как в промышленности, АПК, так и, например, при прогнозировании результатов обучения в диалоговых системах.

Литература

1. Губинский А.И. Надежность и качество функционирования эргатических систем. Л.: Наука, 1982.- 270с.
2. Козачко О.М. Моделювання надійності алгоритмічних процесів, які виконуються з помилками різних типів, Автореферат на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук, Вінниця – 2006. - 19 с.
3. Лавров Е.А., Пасько Н.Б. моделирование надёжности человеко-машинных систем: учет ошибок разных типов// Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Сер. Системы управления. - Харьков, 2007 - 2/2 (32) - 2007. - С. 63-70.